

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO ENSINO MÉDIO: UMA APLICAÇÃO NO CÁLCULO DE ÁREAS

Rafael Prata de Souza, Sarah de Paula Santos, Paulo Roberto Barbosa.

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - Campus São José dos Campos, Brasil, rafaelpratasouza@gmail.com, sarah.psantos@outlook.com, paulorb@ifsp.edu.br.

Resumo – O objetivo deste trabalho é desenvolver e discutir propostas para aplicação do conteúdo de cálculo diferencial e integral para alunos dos anos finais da Educação Básica, para isso foi necessário realizar uma revisão da bibliográfica sobre o assunto, uma análise de materiais didáticos utilizados nos últimos anos do ensino médio e estudar os conceitos de integral, de modo específico foram desenvolvidas propostas de atividades para introduzir, intuitivamente, o cálculo de áreas irregulares por meio da ferramenta Soma de Riemann, além de apresentar que é possível uma aproximação com uma pequena margem de erros. Certamente é possível uma utilização dos conceitos de cálculo para atrair os alunos, além de criar um leque de ferramentas matemáticas úteis para um possível ingresso no Ensino Superior.

Palavras-chave: Matemática; cálculo; ensino médio; aplicação; integral

Área do Conhecimento: Tecnologia Educacional

INTRODUÇÃO

A discussão sobre a implementação de Cálculo Diferencial no currículo do Educação Básica já é defendida desde o século XIX, a inserção das noções de Cálculo é defendido devido à sua importância para a compreensão de fenômenos naturais. (KLEIN, 1907 apud ROXO, 1937 and SPINA, 2002) Entretanto, na década de 1960, esta disciplina saiu do currículo do Ensino Médio, e agora, só está presente em alguns cursos do Ensino Superior.

Observando que já houve a aplicação deste conteúdo na matriz curricular da Educação Básica, diversos autores sobre o tema buscaram analisar e propor, de alguma maneira, a reinserção do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio. (ÁVILA, 1991; DUCLOS, 1992; MOLON, 2015; REZENDE, 2003)

Além disso afirmam que muitas vezes o ensino da matemática no ensino médio pode se tornar meio confuso e apoiam a implementação do cálculo, pois este possibilita uma melhor contextualização para os alunos, interdisciplinaridade, uso das novas tecnologias, e possibilita uma entrada no ensino superior, principalmente na área das exatas, com mais maturidade matemática. (JUNIOR, 2014).

Os autores afirmam ser possível uma aplicação dos conteúdos de cálculo para educação básica, porém não de modo denso, como se vê nos anos iniciais do ensino superior. Além disso uma proposta que diversas vezes foram encontradas é inserir por meio de conceitos intuitivos, por meio de atividades visuais e experimentação (MOLON, 2015).

Segundo Busse (2007) a aplicação ou implementação dos conceitos do cálculo para o ensino médio proporcionará uma melhor preparação para o ensino superior além de poder tornar mais natural a aprendizagem dos conteúdos.

Outros autores apoiando a implementação do ensino do cálculo no ensino médio sugerem sua aplicação através da interdisciplinaridade, da modelagem matemática (SPINA, 2002), por meio das novas tecnologias abordando conceitos como “infinito” e os números reais (JUNIOR, 2014).

Segundo Resende (2003), em sua tese, afirma que o problema do atual ensino de cálculo, no ensino superior, está além dos métodos e técnicas, mas o omitir e evitar as ideias básicas e os problemas construtores do cálculo na educação básica. Além disso apresenta que é necessário fazer aparecer os conhecimentos de cálculo no ensino médio.

Examinando tais propostas é que surge este artigo, fruto de dois Projetos de Iniciação Científica, com a proposta de realizar uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos no assunto e discutir as

possibilidades de ligação entre o dia-a-dia da sala de aula da Educação Básica e o conceito de integral de funções, estudado nos cursos de licenciatura em matemática.

Um dos Projetos de Iniciação Científica teve como objetivo buscar diversos artigos, dissertações e teses que abordassem a temática da reinserção e analisá-los com o propósito de delinear o andamento das pesquisas neste tema. Para isso, realizou-se um fichamento dos trabalhos, que serão apresentados aqui, com foco na identificação dos objetivos, fundamentações teórico-metodológicas, resultados e conclusões.

O outro projeto buscou investigar e elencar possibilidades de utilização dos conceitos de cálculo na Educação Básica, mais especificamente, o conceito de integral de funções. Posteriormente elaborou-se propostas de atividades voltadas para o Ensino Médio sobre o cálculo de áreas de figuras planas, introduzindo noções intuitivas do conceito estudado.

METODOLOGIA

Como procedimento metodológico, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa documental, que segundo Bogdan e Biklen (1982 apud LUDKE; ANDRÉ 1986) envolveu a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada.

Como o enfoque é o cálculo de áreas, foi realizado a pesquisa nos livros didáticos disponibilizados pelo Governo do Estado de São Paulo, como por exemplo o Caderno do Aluno (2014-2017), principalmente analisando os conceitos que são sugeridos.

O ensino de áreas para o ensino médio é observado no 2º ano e diversas vezes é trabalhado apenas com apoio de livros didáticos, que abordam área sendo um número associado à uma superfície e logo após apresentam diversas fórmulas para cálculo de áreas de figuras regulares.

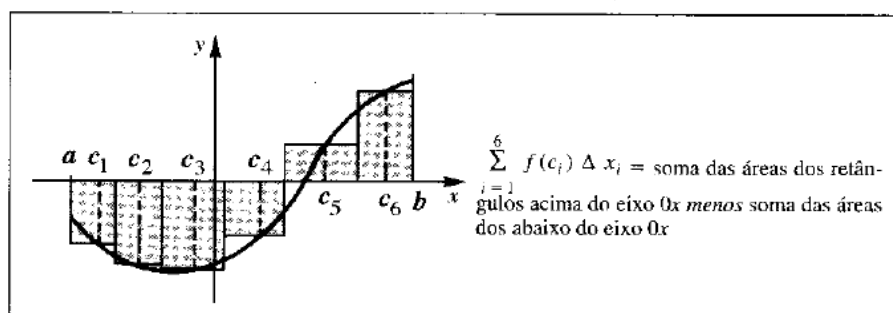
No decorrer dos livros disponibilizados pelo Estado de São Paulo aos alunos, em sua grande maioria ainda utiliza-se de figuras bem definidas para poder ensinar as áreas. Porém no 2º volume do 3º ano, o livro apresenta algo que destoa do comum. Apresentando as curvas normais e desvio-padrão sugere cálculos abaixo da curva, algo que se assemelha àquilo que este artigo propõe, cálculo de área de figuras não regulares.

Além disto, também foram analisados os materiais didáticos, eventualmente adotados, e leitura de produções e pesquisas semelhantes realizadas em outras instituições brasileiras, averiguando possíveis aproximações.

Com isso e levando em consideração a fala dos diversos autores sobre o contexto foi desenvolvido diversas propostas para uma efetiva implementação do cálculo para o Ensino Médio. Sob a luz da Teoria das Situação Didáticas de Brousseau (1986 apud SILVA 2014).

Do conteúdo estudado de cálculo, mais especificamente as integrais, foi descoberto a existência de uma ferramenta para visualizar o conceito de integral, Soma de Riemann. A ferramenta pode ser definida geometricamente como sendo a uma soma entre as áreas de retângulos que partem do eixo x e encontram a curva da função. (Figura 1)

Figura 1 - Soma de Riemann interpretação geométrica



Fonte: Um curso de cálculo – Guidorizzi (2015)

O princípio da Soma de Riemann é a aproximação, ou seja, quantos mais retângulos possuir em minha análise, mais próximo de modelar a função será. Com isso a “base” de um fica cada vez menor, tendendo à zero, conseqüente a quantidade de retângulos aumentará, tendendo ao infinito. A

ferramenta poderá auxiliar pois mostrará intuitivamente o conceito de integral, além de apresentar uma maneira de fazer o cálculo de áreas.

O intuito da pesquisa é desenvolver propostas de atividades que possam ser aplicadas futuramente por professores que tenham a intenção de fazer os alunos conhecerem os conteúdos do cálculo de forma intuitiva através da Teoria das Situações Didáticas e principalmente por meio da ferramenta Soma de Riemann, para uma noção intuitiva do conceito de cálculo de áreas irregulares através da integral de funções.

RESULTADOS

Como resultados práticos foram desenvolvidas 02 propostas de atividades para uma futura implementação dos conteúdos do cálculo diferencial para o ensino médio. Como no decorrer da pesquisa baseou-se na Teoria das Situações Didáticas, também as propostas foram pensadas para uma aplicação à partir da mesma teoria de Brousseau.

Para melhor visualização e uma aplicação mais efetiva dos conceitos de integral, nos baseamos também na ferramenta Soma de Riemann. Abaixo estão elencadas as propostas que foram desenvolvidas.

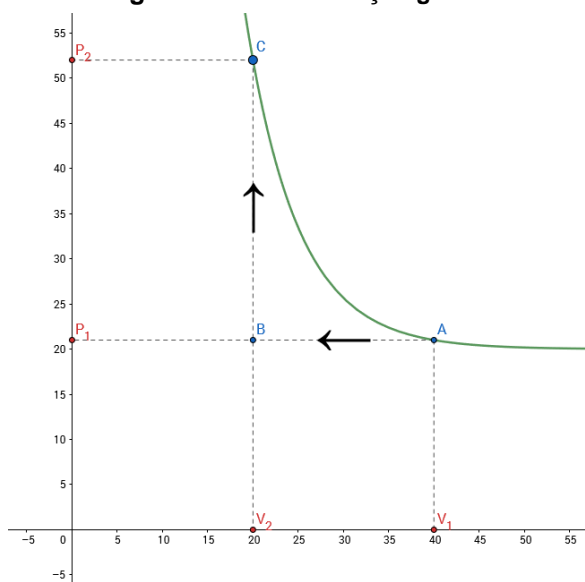
Tabela 1 - Proposta 01 - Atividade de Física

01 - Certa massa gasosa, contida num reservatório, sofre uma transformação cíclica no trecho ABC. A figura 1 mostra o comportamento da pressão P , em função do volume V . No estado A, o volume é de 40m^3 e a pressão de 21 N/m^2 ; no estado B, o volume é de 20m^3 e a pressão de 21 N/m^2 ; já no estado C, o volume é de 20m^3 e a pressão de 52 N/m^2 . Sendo assim, qual o trabalho realizado pelo gás?

Tome a transformação $C \rightarrow A$ como a função $f(x)=2^{-x+40^4}+20$, cuja curva encontra-se na Figura 2.

Fonte: o autor.

Figura 2 - Transformação gasosa



Fonte: Elaborada pelos autores com o software Geogebra

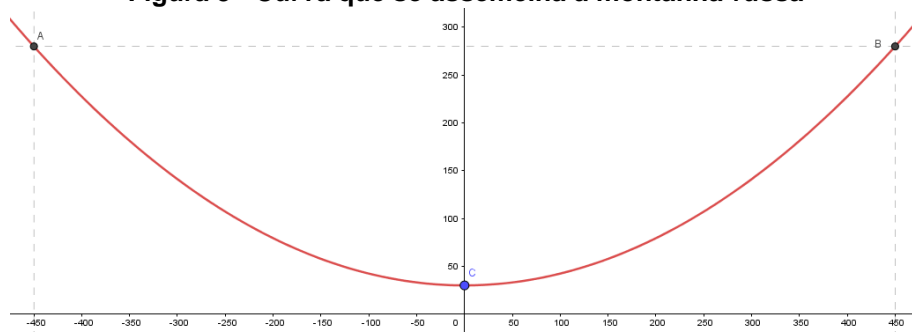
Tabela 2 - Proposta 02 - Atividade adaptada

02 – (Adaptado) Uma das curvas radicais de uma montanha russa será construída de modo que, quando observada, perceba-se a forma de uma parábola. A função que descreve essa parábola é $f(x)=\frac{1}{810} \cdot x^2+30$ (Figura 3).

Durante a construção deseja-se preencher a lateral da metade direita da montanha russa com tábuas verticais, de modo a cada tábua tenha a mesma largura, além disso o preenchimento começa do primeiro ponto mais alto e termina no segundo. Pede-se que determine o valor aproximado da área a ser preenchida.

Fonte: Universidade do Estado de Mato Grosso

Figura 3 - Curva que se assemelha à montanha-russa



Fonte: Elaborada pelos autores com o software Geogebra

DISCUSSÃO

As atividades que viemos apresentar, por meio deste trabalho, ainda não foram aplicadas. Sendo apenas propostas esperamos que sua futura aplicação gerem bons resultados para os alunos. Estas serão aplicadas e desenvolvidas para alunos dos anos finais da Educação Básica (1º, 2º e 3º ano do Ensino Médio), portanto é justamente por isso que apresentam alguns conceitos matemáticos como as funções e análises de gráficos.

Por meio da proposta 01 (Tabela 1) espera-se que o professor auxiliando o aluno com a interdisciplinaridade com a matéria de Física (Termodinâmica), insira a ideia da Soma de Riemann, ou seja, como a transformação do gás é dado por uma função e já realizado a plotagem, percebemos que o resultado para o problema se resolve encontrando a área abaixo da curva.

Como a curva é irregular, função exponencial, não existe uma fórmula que faça o cálculo de sua área, sendo assim necessário utilizar da ferramenta Soma de Riemann para encontrar aproximadamente o valor do trabalho realizado pelo gás.

Analogamente o mesmo acontece com a proposta 02 (Tabela 02), pois ao apresentar uma função polinomial do 2º grau, impede que exista fórmulas prontas para se realizar o cálculo da área solicitada.

Por meio das propostas de atividades espera-se que os alunos compreendam a possibilidade do uso das integrais no cálculo de áreas não regulares, além disso compreendam que é possível estimar algum valor com uma margem pequena de erros.

As atividades propostas foram desenvolvidas para que possibilite ao professor uma maneira diferente de tratar assuntos como o cálculo de áreas, sem necessariamente fazer com que os alunos decorem formas de figuras regulares, mas desenvolvam seu leque matemático, através desta nova ferramenta.

CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma revisão de algumas pesquisas sobre a inserção de conceitos de cálculo diferencial e integral na Educação Básica.

Além disto, foram desenvolvidas atividades com o objetivo de possibilitarem o trabalho com o conceito de integral sem a necessidade de formalização. A grande maioria dos trabalhos da bibliografia defendem a inserção dos conteúdos de cálculo para o ensino médio.

Entendemos que, como as atividades aqui propostas estão focadas na discussão dos conceitos e não na formalização, este tempo será bastante reduzido. No entanto, mesmo sem a formalização, acreditamos que a discussão conceitual será de grande importância para atingir os seguintes objetivos:

A melhor preparação para o estudo futuro dos conceitos de cálculo, uma ampliação do conhecimento sobre o cálculo de área de figura planas, não restrito apenas a figuras regulares, e o estabelecimento da conexão de conteúdos da Educação Básica e do Ensino Superior.

A médio prazo, esperamos que a presente investigação estimule a utilização dos conceitos de cálculo pelos professores da Educação Básica.

Outro efeito indireto que este tipo de trabalho pode gerar futuramente é a adequação dos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática de forma a contemplar espaços para as discussões emanadas neste artigo.

RERERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo, O ensino de cálculo no 2º grau, Revista do Professor de Matemática, n.18, Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), p.5, 1991

BUSSE, Ronaldo da Silva and SOARES, Flávia dos Santos. O Cálculo Diferencial e Integral e o Ensino Médio, ENEM, IX, 2007

DUCLOS, Robert Costallat. Cálculo do 2º grau, Revista do Professor de Matemática, n.20, Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), p.26-30, 1992.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz, Um curso de cálculo, vol. 1 - 5 ed. - Rio de Janeiro: LTC, 2015

JUNIOR, Orlando da Silva. Cálculo no Ensino Médio: Números Reais. 87 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, Rio de Janeiro, 2014.

LÜDKE, Menga and ANDRÉ, Marli EDA, Pesquisa em educação: abordagens qualitativas, Editora Pedagógica e Universitária São Paulo, 1986

MOLON, Jaqueline and Sidney Figueiredo, Edson, Cálculo no ensino médio: uma abordagem possível e necessária com auxílio do software Geogebra, Ciência e Natura, v.37, n.03, Universidade Federal de Santa Maria, 2015.

REZENDE, Wanderley Moura, O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica, Linguagem, Conhecimento, Ação--ensaios epistemologia e didática. Escrituras: São Paulo, 2003

SÃO PAULO - Secretaria da Educação. Material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo: caderno do professor; matemática, ensino médio, 3ª série / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos Granja, José Luiz Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Walter Spinelli. - São Paulo : SE, 2014.

SILVA, Daiana Conceição da. Estudo do cálculo de regiões planas e suas possibilidades na Educação Básica. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP, São Paulo. 2014.

SPINA, Catharina de Oliveira Corcoll, Modelagem matemática no processo ensino-aprendizagem do cálculo diferencial e integral para o Ensino Médio, Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2002.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO, Resolução de prova das turmas da engenharia. Disponível em:http://sinop.unemat.br/site_antigo/prof/foto_p_downloads/fot_12434questao_pbova_engenharias_besolucao_pdf_QUESTAO_Prova_Engenharias_resolucao.pdf. Acesso em: 31 nov 2017